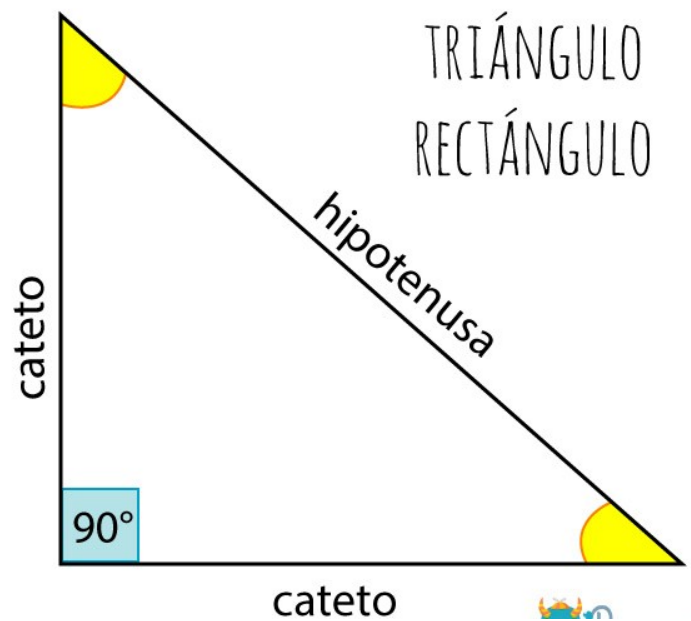


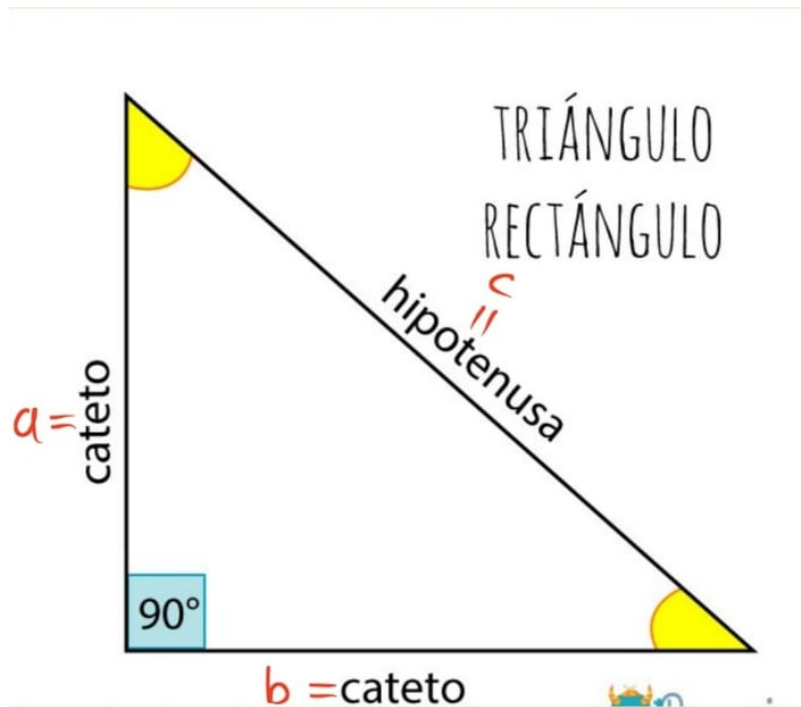
### Triángulos rectángulos y teorema de Pitágoras

Recordemos que los triángulos rectángulos son de la siguiente forma:



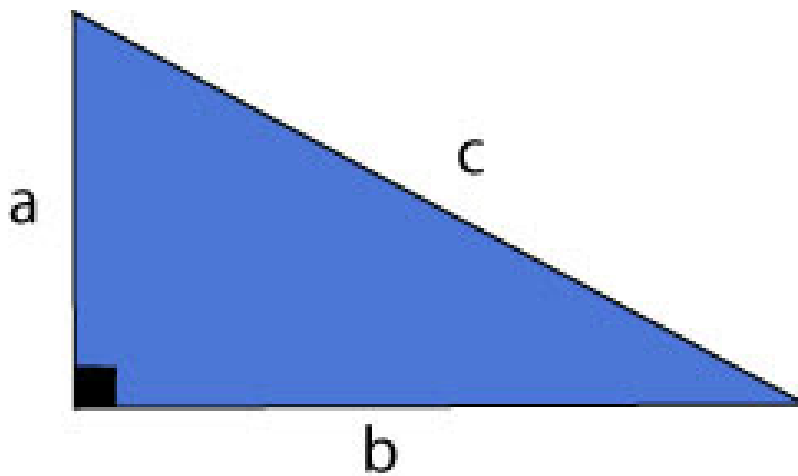
#### Observaciones:

1. La hipotenusa es el lado más grande del triángulo rectángulo.
2. Los catetos se suelen denotar con las letras  $a$  y  $b$ , respectivamente, y la hipotenusa con la letra  $c$ . Así, tenemos:



Ahora enunciamos y damos una demostración del teorema de Pitágoras.

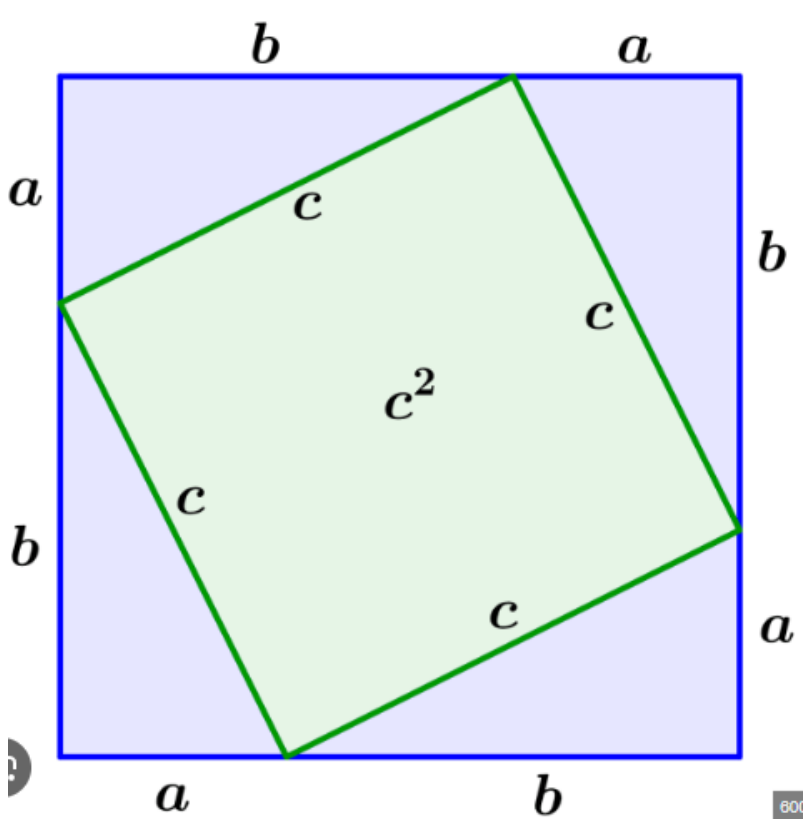
**Teorema (de Pitágoras).** Considere el siguiente triángulo rectángulo:



Entonces se cumple que  $c^2 = a^2 + b^2$ .

**Demostración.**

Considere la siguiente figura:



Ahora, note que podemos calcular el área del cuadrado grande de las siguientes dos formas:

1. Área = (lado)(lado) =  $(a + b)(a + b) = a^2 + 2ab + b^2$ .
2. Área = área cuadrado verde + 4(área triángulo azul) =  $c^2 + 4\left(\frac{ab}{2}\right) = c^2 + 2ab$ .

Luego igualamos las dos ecuaciones, pues las dos calculan el área del cuadrado grande, y obtenemos:

$$\begin{aligned}
 c^2 + 2ab &= a^2 + 2ab + b^2 \\
 \Rightarrow c^2 &= a^2 + 2ab + b^2 - 2ab = a^2 + b^2 \\
 \Rightarrow c^2 &= a^2 + b^2.
 \end{aligned}$$

Por tanto queda demostrado el teorema de Pitágoras.

**Observaciones.** Para calcular la longitud de alguno de los lados de un triángulo rectángulo, sabiendo la longitud de dos de ellos, usamos las siguientes fórmulas:

1. Para calcular la hipotenusa  $c$ , conociendo la longitud de los catetos  $a$  y  $b$ , usamos:

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}.$$

2. Para calcular el cateto  $a$ , conociendo la longitud del cateto  $b$  y de la hipotenusa  $c$ , usamos:

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}.$$

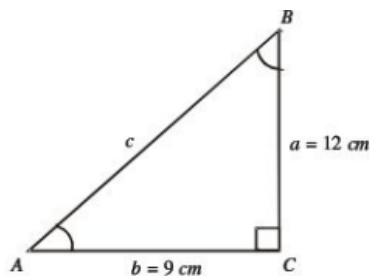
3. Para calcular el cateto  $b$ , conociendo la longitud del cateto  $a$  y de la hipotenusa  $c$ , usamos:

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}.$$

Ahora veamos algunos ejemplos de aplicación del teorema de Pitágoras y las anteriores fórmulas:

### Ejemplos.

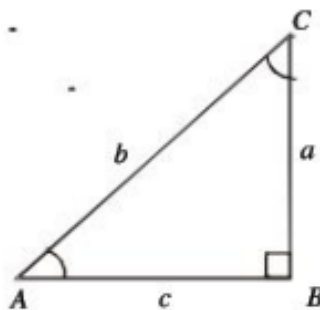
1. En el triángulo  $ABC$ ,  $a = 12\text{cm}$  y  $b = 9\text{cm}$ . Encuentra el valor de  $c$ .



**Solución.** Usamos la expresión  $c = \sqrt{a^2 + b^2}$ . Así, sustituyendo los valores de  $a$  y  $b$ , obtenemos:

$$c = \sqrt{(12)^2 + (9)^2} = \sqrt{144 + 81} = \sqrt{225} = 15\text{cm}.$$

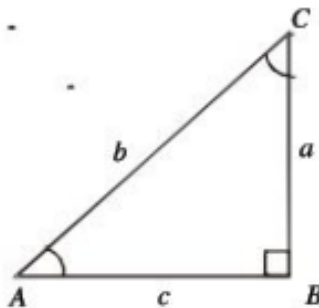
2. Resuelve el siguiente triángulo rectángulo, sabiendo que  $b = 22\text{cm}$   $c = 18\text{cm}$ .



**Solución.** Ahora note que nos dan el valor de la hipotenusa  $b$  y el valor del cateto  $c$ . Así, usamos la fórmula  $a = \sqrt{b^2 - c^2}$ . Luego, sustituyendo los valores de  $b$  y  $c$ , obtenemos:

$$a = \sqrt{b^2 - c^2} = \sqrt{(22)^2 - (18)^2} = \sqrt{484 - 324} = \sqrt{160} \approx 12,64.$$

3. Resuelve el siguiente triángulo rectángulo, sabiendo que  $b = 5\text{cm}$   $a = 4\text{cm}$ .

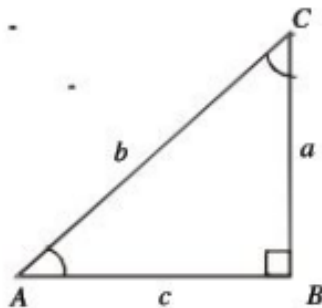


**Solución.** Ahora note que nos dan el valor de la hipotenusa  $b$  y el valor del cateto  $a$ . Así, usamos la fórmula  $c = \sqrt{b^2 - a^2}$ . Luego, sustituyendo los valores de  $b$  y  $a$ , obtenemos:

$$c = \sqrt{b^2 - a^2} = \sqrt{(5)^2 - (4)^2} = \sqrt{25 - 16} = \sqrt{9} = 3.$$

Ahora toca que apliques lo estudiado.

**Ejercicios.** Resuelve el siguiente triángulo rectángulo según los datos proporcionados:



1.  $a = 12$  y  $c = 16$
2.  $a = 13$  y  $c = 15$
3.  $b = 30$  y  $a = 24$
4.  $b = 35$  y  $a = 28$
5.  $b = 7$  y  $c = 4$
6.  $b = 11$  y  $c = 6$