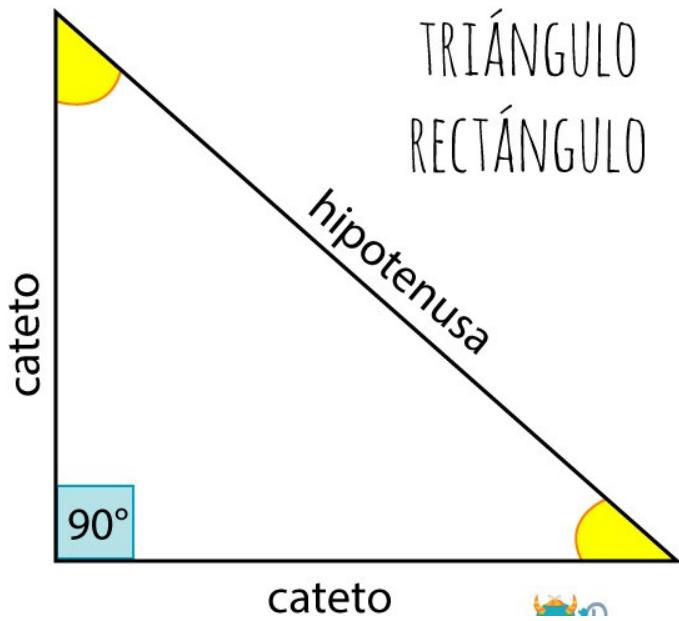


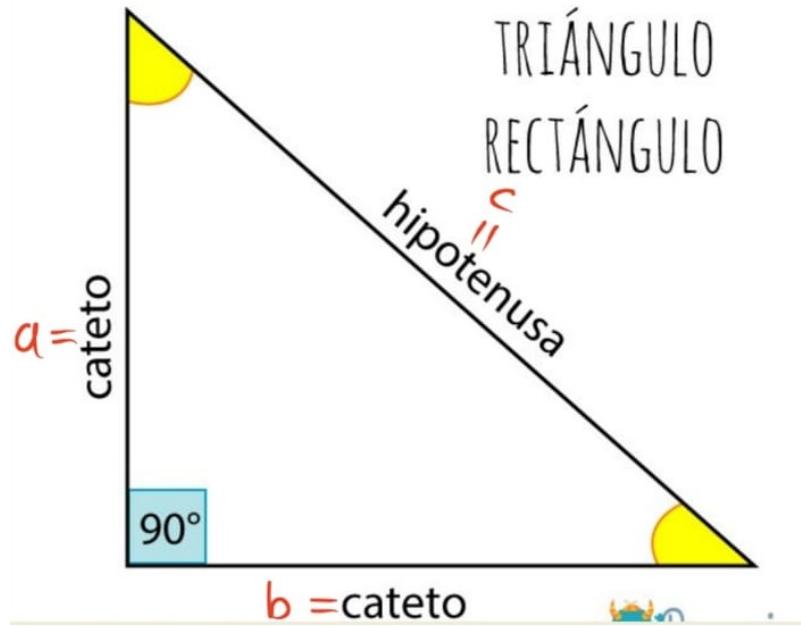
Triángulos rectángulos y teorema de Pitágoras

Recordemos que los triángulos rectángulos son de la siguiente forma:



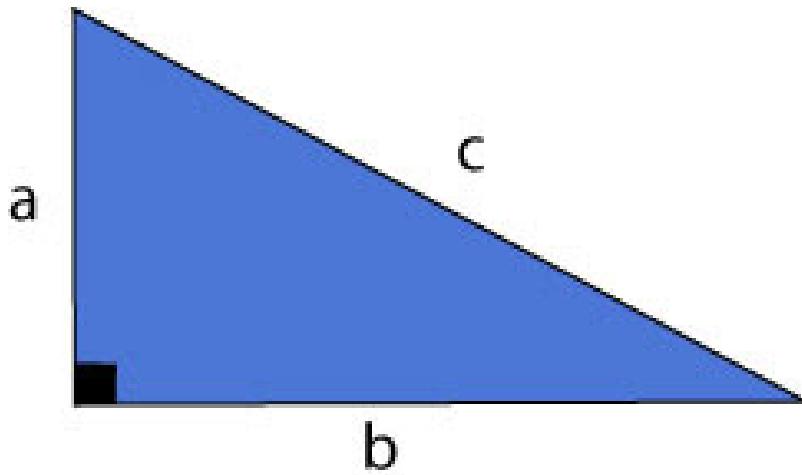
Observaciones:

1. La hipotenusa es el lado más grande del triángulo rectángulo.
2. Los catetos se suelen denotar con las letras a y b , respectivamente, y la hipotenusa con la letra c . Así, tenemos:



Ahora enunciamos y damos una demostración del teorema de Pitágoras.

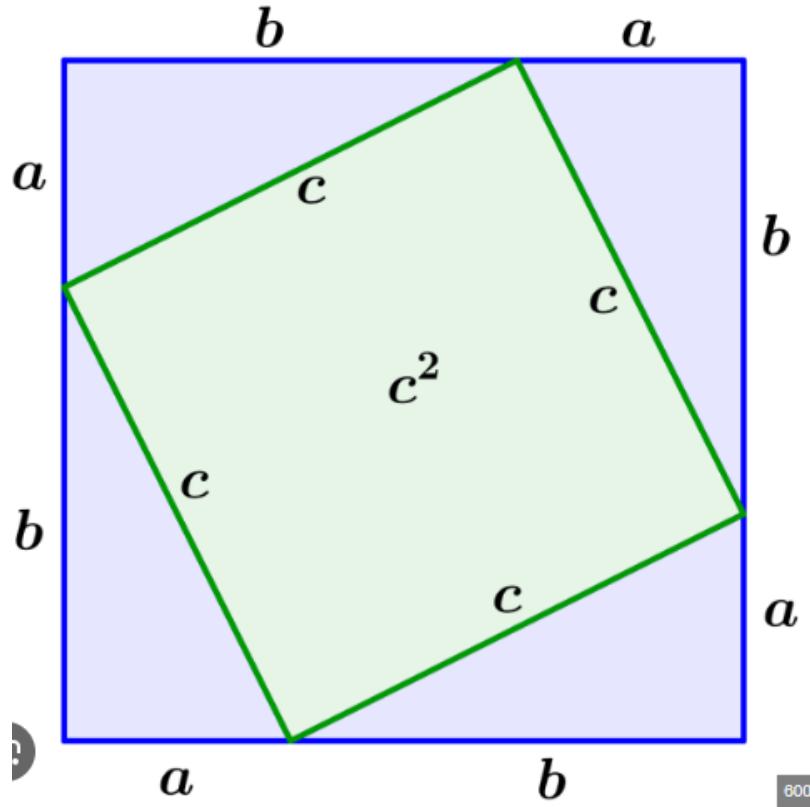
Teorema (de Pitágoras). Consideré el siguiente triángulo rectángulo:



Entonces se cumple que $c^2 = a^2 + b^2$.

Demostración.

Considere la siguiente figura:



Ahora, note que podemos calcular el área del cuadrado grande de las siguientes dos formas:

1. Área = (lado)(lado) = $(a+b)(a+b) = a^2 + 2ab + b^2$.
2. Área = área cuadrado verde + 4(área triángulo azul) = $c^2 + 4(\frac{ab}{2}) = c^2 + 2ab$.

Luego igualamos las dos ecuaciones, pues las dos calculan el área del cuadrado grande, y obtenemos:

$$\begin{aligned}
 c^2 + 2ab &= a^2 + 2ab + b^2 \\
 \Rightarrow c^2 &= a^2 + 2ab + b^2 - 2ab = a^2 + b^2 \\
 \Rightarrow c^2 &= a^2 + b^2.
 \end{aligned}$$

Por tanto queda demostrado el teorema de Pitágoras.

Observaciones. Para calcular la longitud de alguno de los lados de un triángulo rectángulo, sabiendo la longitud de dos de ellos, usamos las siguientes fórmulas:

1. Para calcular la hipotenusa c , conociendo la longitud de los catetos a y b , usamos:

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}.$$

2. Para calcular el cateto a , conociendo la longitud del cateto b y de la hipotenusa c , usamos:

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}.$$

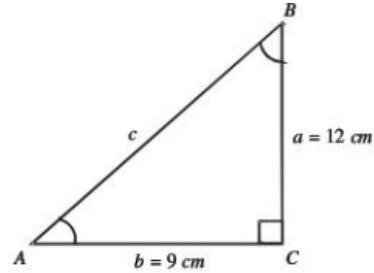
3. Para calcular el cateto b , conociendo la longitud del cateto a y de la hipotenusa c , usamos:

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}.$$

Ahora veamos algunos ejemplos de aplicación del teorema de Pitágoras y las anteriores fórmulas:

Ejemplos.

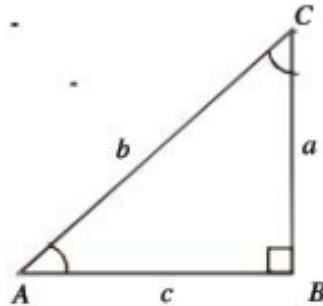
1. En el triángulo ABC , $a = 12\text{cm}$ y $b = 9\text{ cm}$. Encuentra el valor de c .



Solución. Usamos la expresión $c = \sqrt{a^2 + b^2}$. Así, sustituyendo los valores de a y b , obtenemos:

$$c = \sqrt{(12)^2 + (9)^2} = \sqrt{144 + 81} = \sqrt{225} = 15\text{cm}.$$

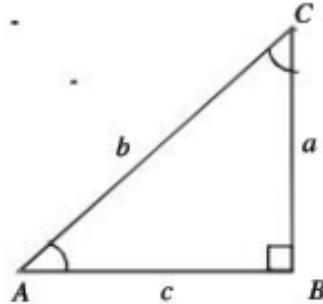
2. Resuelve el siguiente triángulo rectángulo, sabiendo que $b = 22\text{cm}$ $c = 18\text{cm}$.



Solución. Ahora note que nos dan el valor de la hipotenusa b y el valor del cateto c . Así, usamos la fórmula $a = \sqrt{b^2 - c^2}$. Luego, sustituyendo los valores de b y c , obtenemos:

$$a = \sqrt{b^2 - c^2} = \sqrt{(22)^2 - (18)^2} = \sqrt{484 - 324} = \sqrt{160} \approx 12,64.$$

3. Resuelve el siguiente triángulo rectángulo, sabiendo que $b = 5\text{cm}$ $a = 4\text{cm}$.

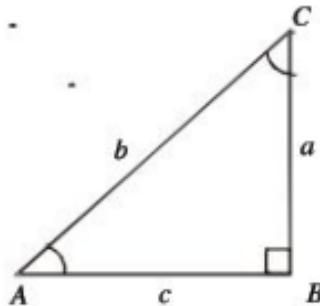


Solución. Ahora note que nos dan el valor de la hipotenusa b y el valor del cateto a . Así, usamos la fórmula $c = \sqrt{b^2 - a^2}$. Luego, sustituyendo los valores de b y a , obtenemos:

$$c = \sqrt{b^2 - a^2} = \sqrt{(5)^2 - (4)^2} = \sqrt{25 - 16} = \sqrt{9} = 3.$$

Ahora toca que apliques lo estudiado.

Ejercicios. Resuelve el siguiente triángulo rectángulo según los datos proporcionados:



1. $a = 12$ y $c = 16$
2. $a = 13$ y $c = 15$
3. $b = 30$ y $a = 24$
4. $b = 35$ y $a = 28$
5. $b = 7$ y $c = 4$
6. $b = 11$ y $c = 6$